**南开大学2022-2023学年第2学期《高等数学》（A类）期末考试试题（A卷）**

1. （10分）求曲面上点处的切平面及法线方程.

解：令 ，则，于是切平面方程为

 整理的 法线方程为



1. （12分）设，求.

解：方程两边同时微分有

 ，整理的

 从而

 ，得到 又

，得到最后

，得到.

1. （10分）已知三个正数的倒数之和为 ，问：取何值时，可以使得这三个正数之和最小？

解：问题归结为在约束条件 下求函数 的最小值.令 ，解方程组

 解得唯一正解 ，

由问题易见，三数之和无最大值，故当 时三数之和最小.

1. （12分）计算，其中.

解：令 则

 从而

  

1. （15分）计算 ，其中曲线 ，起点为 ，终点为.

解： ，因为 ，选择连接*A*, *B*的道路 其中， ， ，设 和 所围成的区域为 则由Green公式有 

而

于是

1. （10分）计算曲面积分 ，其中

 ，方向取外侧.

解：这里, , , 则 设，对任意 有

, , ,

.

为了应用高斯公式，补充曲面 ， 取外侧， 充分小，使得 包含在 的内部区域，设由 和 围城的区域为 则由高斯公式

  

从而



1. （10分）设是周期为的函数，且，将展开为傅里叶级数.

解： 当 时





所以

  且右边傅里叶级数的和函数 满足 

1. （16分）判断下列各式的敛散性.
2.  2.
3.  4. 

解：1因为 故级数 绝对收敛，而级数 显然发散，所以级数发散.

2因为 而级数 收敛，故正项级数 收敛，从而级数绝对收敛.

3因为 故由根值判别法正项级数收敛.

4 是积分的瑕点，由于 所以瑕积分收敛.

九、（5分）已知 ，求以及在处的麦克劳林级数，并讨论该级数的收敛域.

解：因为函数 在 上连续可微，故 当 时







 所以

， 从而在处的麦克劳林级数 . 由于对任意 有 所以该级数的收敛域为